Clase N° 2

Hola queridos alumnos, los felicito por los trabajos entregados, se nota el compromiso hacia la materia.

Vamos a continuar con trabajitos Teóricos/ Prácticos, pero a partir de ahora no se les pondrá una calificación, solo Aprobado o Rehacer, ya que me interesa el proceso de aprendizaje y no una simple nota.

Chicos es importante la prolijidad y legibilidad de los trabajos que me envían, ya que pueden surgir confusión con algún resultado. Los procedimientos de las actividades tienen que estar expuestos no solo el resultado. Respetar tiempo de entrega.

Se incorporara el Classroom como nueva herramienta de trabajo y comunicación, tendrán que ingresar al siguiente código yxbkemd

Desde esta plataforma se subirán las actividades, tareas, link y todo material para que sea más accesible y podrán consultar dudas o inconvenientes que puedan surgir.

Sigamos cuidándonos desde casa y que la Virgen del Valle los proteja a ustedes y su familia.

Saludos

Prof. Verónica

Podrán entregar sus trabajos hasta el jueves 30 de abril

Seguimos repasando y trabajando con Polinomio.

RAICES DE UN POLINOMIO

¿Qué son las raíces de un polinomio?

Las **raíces de un polinomio** (también llamadas ceros de un polinomio) son los valores para los cuales, el **valor numérico del polinomio es igual a cero**.
Recordamos que para calcular el valor numérico de un polinomio hay que sustituir la variable del polinomio por un número. Cuando este valor sea cero, el número corresponderá con la raíz del polinomio

Vamos a verlo mejor con un ejemplo, que te ayudará a identificar los números que son raíces de un polinomio de los que no lo son.

Tenemos el siguiente polinomio: $P(x) = x^2 + 2x - 8$

Vamos a hallar el valor numérico del polinomio para cuando x = 1. Para ello, sustituimos la x por 1 y operamos: $P(1) = 1^2 + 2.1 - 8 = 1 + 2 - 8 = -5$

P (1) = - 5, que es distinto de 0. Por tanto, 1 NO **sería un cero o raíz del polinomio P(x)**.
Vamos a probar con x = 2: $P(2) = 2^2 + 2.2 - 8 = 4 + 4 - 8 = 0$

P (2)=0, luego **2 SI es un cero o raíz del polinomio** P(x).
Ahora ya queda un poco más claro qué son las raíces de un polinomio ¿no?

Pero tranquilo, no tenemos que ir probando número por número hasta que nos encontremos con ellas.

Factorizando un polinomio vamos a encontrar sus raíces

Por ejemplo, vamos a calcular las raíces del polinomio anterior: $P(x) = x^2 + 2x - 8$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4.1.(-8)}}{2.1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2 + 6}{2} = \frac{4}{2} = 2 \qquad\qquad x_2 = \frac{-2 - 6}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

Al ser una ecuación de segundo grado, tenemos dos soluciones: x = 2 y x = - 4, que a su vez son las raíces del polinomio, como podemos comprobar sustituyendo esos números en el polinomio:

$$P(2) = 2^2 + 2.2 - 8 = 4 + 4 - 8 = 0$$

$$P(-4) = (-4)^2 + 2.(-4) - 8 = 16 - 8 - 8 = 0$$

Veamos otro ejemplo: $T(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$

Para factorizar el siguiente polinomio aplicamos el Método de Gauss

Divisores de p = 1; - 1; 2; - 2; 3; - 3; 6; - 6

Divisores de q = 1; - 1

Posibles raíces $\frac{p}{q}$ = 1; - 1; 2; - 2; 3; - 3; 6; - 6

	1	- 4	1	6
- 1		- 1	5	- 6
	1	- 5	6	0

Obtenemos que x = -1 es raíz es decir (x + 1) como divisor de T(x)

Ahora, podemos seguir buscando las otras raíces continuando con el método de Gauss o podemos aplicar la ecuación resolvente

Es decir, $x^2 - 5x + 6 = 0$ es el cociente que me quedo del Método de Ruffini

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.1.6}}{2.1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \qquad x_2 = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Como sus raíces son x = - 1, x = 2 y x = 3 entonces f(x) se ha factorizado como:

$$f(x) = \left(x - (-1)\right).(x-2).(x-3) = (x+1).(x-2).(x-3)$$

El número de raíces coincide con el número de soluciones de la ecuación y como consecuencia, coincide con el grado del polinomio o de la ecuación:

Nº de raíces = Nº de soluciones = Grado de la ecuación

Actividad N°1

Ahora ustedes. Buscar las raíces de los siguientes polinomios y expresarlo de forma factorial:

1. $f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$
2. $f(x) = x^2 + x - 12$

ORDEN DE MULTIPLICIDAD

Ahora sí, podemos avanzar y centrarnos en que es el orden de multiplicidad.

Se trata de la cantidad de veces que una raíz se repite en un polinomio

Para determinarla, es necesario factorizar el polinomio

Veamos un ejemplo:

Sea el polinomio $f(x) = x^3 + 2x^2 - 7x + 4$

Resolvemos aplicando el método de Gauss

Divisores de p = 1; - 1; 2; - 2; 4; - 4

Divisores de q = 1; - 1

Posibles raíces = $\frac{p}{q} = 1; -1; 2; -2; 4; -4$

Probemos con x = 1 aplicando el método de Ruffini

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & -7 & 4 \\ 1 & & 1 & 3 & -4 \\ \hline & 1 & 3 & -4 & 0 \end{array}$$

Al tener resto cero, x = 1 es raíz. Seguimos buscando raíces con el cociente que nos quedó determinado.

$$x^2 + 3x - 4 =$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4.1.(-4)}}{2.1} =$$

$$\frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-3 \pm 5}{2} =$$

$$x_1 = \frac{-3 + 5}{2} = \frac{2}{2} = 1 \qquad x_2 = \frac{-3 - 5}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

Luego, obtenemos nuestras raíces x = 1; x = 1 y x = - 4

Recordemos:

Nº de raíces = Nº de soluciones = Grado de la ecuación

3 raíces = 3 soluciones = polinomio de grado 3

Vemos que la raíz x = 1 esta dos veces (raíz doble) y la raíz x = - 4 una sola vez (raíz simple)

Entonces:

RAIZ	ORDEN DE MULTIPLICIDAD
1	2
- 4	1

Polinomio factorizado:

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 7x + 4 = (x-1)^2(x+4)$$

Ahora ustedes

Actividad N° 2:

Encontrar las raíces de los siguientes polinomios, determinar el orden de multiplicidad de las mismas y expresar el polinomio de forma factorizada:

1) $f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3$
2) $g(x) = x^3 - 6x^2 - x + 30$
3) $h(x) = 2x^3 - 4x - 8$
4) $j(x) = \frac{1}{2}x^4 + 2x^3 + 2x^2$